LU: 433/15
H: 2 ord: 20

FECHA

A

(Como Γ es M.C $\forall \alpha$ form $\Gamma \vdash \alpha$ sii $\alpha \in \Gamma$)

Ejercicio 2:

a)- qvq Para toda fórmula α

$\alpha \notin \Gamma$ sii $\Gamma \vDash \alpha \to \beta$ para β cualquier form.

$\Rightarrow$)- Partimos de que $\alpha \notin \Gamma$ entonces tenemos que $\Gamma \cup \{\alpha\}$ es inconsistente. Por lo que sea β cualquier formula tenemos que $\Gamma \cup \{\alpha\} \vDash \beta$. Si aplicamos el teorema de la deducción queda $\Gamma \vDash \alpha \to \beta$.

$\Leftarrow$)- Si $\Gamma \vDash \alpha \to \beta$ para cualquier β en particular lo hace para $\beta = \neg\alpha$. Entonces si $\alpha \in \Gamma$ pasa que puedo hacer la siguiente demostración sobre Γ

1-	$\alpha \to \neg\alpha$	del conj Hip
2-	α	del coj Hip ~~porque $\alpha \in \Gamma$~~?
3	$\neg\alpha$	por MP

entonces Resulta en que $\Gamma \vdash \neg\alpha$ y $\Gamma \vdash \alpha$ lo cual lo hace inconsistente, lo cual es absurdo pues partimos de Γ consistente. Por ende $\alpha \notin \Gamma$.

b)- qvq Para toda fórmula α

$\alpha \in \Gamma$ sii $\Gamma \vDash \beta \to \alpha$ para toda formula β

$\Rightarrow$)- Si $\alpha \in \Gamma$, ya estai, tenemos que $\Gamma \vDash \alpha$, osea no importa cual sea β surge que $\Gamma \cup \{\beta\} \vDash \alpha$ y por teo de la deducción $\Gamma \vDash \beta \to \alpha$

Hgo pasajes entre $\Gamma \vDash \alpha$ y $\Gamma \vdash \alpha$ pues en teoría vimos que $\Gamma \vDash \alpha$ sii $\Gamma \vdash \alpha$

también que $\Gamma \vDash \alpha$ sii $\alpha \in \Gamma$ en Γ M. Consistente.

NOTA

$(\Leftarrow)$.- Si $\Gamma \vdash \beta \rightarrow \alpha$ para cualquier β fórmula en particular para $\beta = \neg\alpha$ entonces nuevamente si asumimos que $\alpha \notin \Gamma$ entonces $\neg\alpha \in \Gamma$ y podemos hacer la siguiente demostración a partir de Γ

1- $\neg\alpha \rightarrow \alpha$ — por Γ
2- $\neg\alpha$ — por Γ
3- α — por MP

entonces queda $\Gamma \vdash \alpha$ y $\Gamma \vdash \neg\alpha$. Lo cual ~~es~~ hace a Γ inconsistente, sin embargo por condición inicial este era Consistente $\Rightarrow$ Abs. por suponer $\alpha \notin \Gamma$ $\Rightarrow$ en conclusión $\alpha \in \Gamma$.

En conclución demostramos que
$\alpha \rightarrow \beta \in \Gamma$ sii $\alpha \notin \Gamma$ $\updownarrow$ lo cual son eventos disjuntos
$\beta \rightarrow \alpha \in \Gamma$ sii $\alpha \in \Gamma$ en Γ pues es un M. Consistente.